

水田の浸透モデル(Ⅱ)

——水田一区画を単位とする浸透の
モデル化と測定可能量について——

長堀金造・三野徹*

On the percolation water model down from paddy fields (Ⅱ)

——On the modelization of percolation down from a unit of a
field lot of paddy field and the measurable quantities——

Kinzo NAGAHORI and Tooru MITSUNO

In this paper, supposing that the following equation is concluded, it induces the model of a field lot as a unit in the case of thinking about percolation on large project, and moreover we discuss about some quantities measured in practice.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R_2} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{R_2} \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{1}{R_1} (H_0 - H) = 0$$

The results in this paper are summarized as follows.

1) In treatment of percolation in the paddy field on large project, the unit is one field lot surrounded with drainage canal. Regarding the one field lot as a unit, physical quantities concerned are \bar{q} , \bar{q}_1 , \bar{q}_2 , S_1 and S_2 . We induced the relation among them.

2) Thinking about the vertical section crossing drainage canal in the two dimension, the apparent model indicating the motion of percolation water in that vertical section is shown in the Fig. 2, and moreover it is transformed to equivalent model shown in the Fig. 4. Parameters indicating the characters of this model are R and R_H , or R' and R_H' .

3) This model is induced from the start-point of equation (1) concluded in the macro soil model. And then, in the two layer geometrical model $L/D=5$, $D/d=4$, as the result of comparing Darcy's dimensional solution with this model in the case of $k_2/k_1=1$ and $k_2/k_1=20$, both are not very good consistent in the case of $k_2/k_1=1$, but are fairly good consistent in the case of $k_2/k_1=20$. From this result, it may be considered that the propriety of applicable extent ($k_2/k_1 > 10$) for the macro model could be proved.

4) The quantities measured in practice are \bar{q} , \bar{S} , S_1 and S_2 , and parameters included in the equations should be calculated back from these quantities.

I. は じ め に

水田下土壌の構造性が水田の浸透現象に支配的な役割をはたしていることに注目し、その構造性を含めたマクロな単位要素について次式を導いた¹⁾。

* 京都大学農学部

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R_2} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{R_2} \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{1}{R_1} (H_0 - H) = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

そして、特に構造物をもつ最も単純な場合として、二層構造の幾何モデルにおいて(1)式の適合性を検討した結果、 $k_2/k_1 > 10$ について(1)式は一応の適合性をもつことを電気モデルによって確めた。

本論文においては、(1)式が成立するものとして、再びそれをミクロの基礎として広域の浸透量を考える場合の単位とすべき水田一区画のモデルを導くと共に、我々が実測しうる諸量について検討を行なっている。

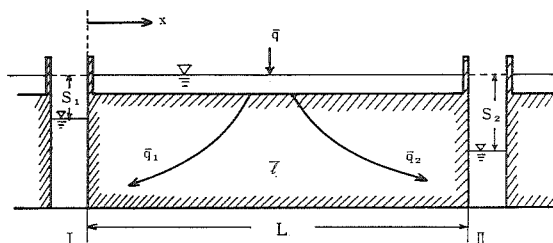
広域の水田浸透量について論じる際、一区画内では田面の湛水は連続しており、したがって一区画内での浸透強度の分布そのものは直接意味をもつ量ではない。一区画を単位とした浸透の積分量、あるいはその積分量を一区画の面積で除した平均浸透強度にしてはじめて意味をもつ量となる²⁾。

II. 一区画を単位とするモデルの誘導

一区画を単位とする時、その単位について意味をもつ物理量は田面からの浸透総量 Q （あるいは、それを面積で除した平均浸透強度 \bar{q} ）および排水路水位 S_1, S_2 である。さらに、水田内部における浸透状況を示す平均水位低下量 \bar{S} を加えることができる。これら諸量の間に成立する関係を次に導く。

取扱いを容易にするために、図-1に示すような排水路と排水路に囲まれた鉛直二次元断面について考察する。三次元的考察も以下の取扱を拡張できる。

図-1 一区画を単位とする浸透モデル



排水路 I, II の水位低下量および流出量をそれぞれ $S_1, \bar{q}_1, S_2, \bar{q}_2$ とする。そのようにおくと、平均浸透強度 \bar{q} とそれらの値との間の関係は次のようになる。

$$\bar{q} = \bar{q}_1 + \bar{q}_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{1}{L} \int_0^L q_x dx = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{S_2 \sinh \alpha x + S_1 \sinh \alpha (L-x)}{R_1 \sinh \alpha L} dx \\ &= \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{\alpha L} \frac{\cosh \alpha L - 1}{\sinh \alpha L} (S_1 + S_2) \quad \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ここで L は排水路間隔で概念的には、水田一区画の幾何学的構造を代表するものと考えられる。（マイクロモデルをマクロモデルへ変換する際の変換パラメータ）

次にミクロ量である q_x と S との間には $q_x = S/R_1$ の関係がある。故に

$$\bar{q} = \frac{1}{L} \int_0^L q_x dx = \frac{\bar{S}}{R_1} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ただし, $\bar{S} = \frac{1}{L} \int_0^L S dx$: 平均水位低下量 (マクロ量)

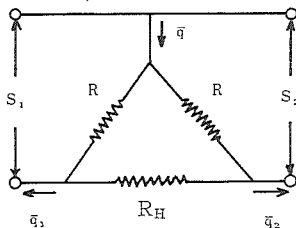
排水路 I, II への流出量 \bar{q}_1, \bar{q}_2 は

$$\bar{q}_1 = -\frac{1}{L} \cdot \frac{1}{R_2} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{S_1 - S_2}{R_1 \alpha L \sinh \alpha L} + \frac{\cosh \alpha L - 1}{R_1 \alpha L \sinh \alpha L} S_1 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\bar{q}_2 = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{R_2} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_{x=L} = \frac{S_2 - S_1}{R_1 \alpha L \sinh \alpha L} + \frac{\cosh \alpha L - 1}{R_1 \alpha L \sinh \alpha L} S_2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

(3), (5), (6) 式から, $\bar{q}, \bar{q}_1, \bar{q}_2$ を電流に S_1, S_2 を電圧に相似させる時, 水田一区画は図-2 のような電気回路で表わされることがわかる。

図-2 1区画を表わすモデル



$$\text{ただし, } R = \frac{\cosh \alpha L - 1}{R_1 \alpha L \sinh \alpha L}$$

$$R_H = \frac{1}{R_1 \alpha L \sinh \alpha L}^{**}$$

(**この R, R_H が一圃場を単位とする際, その単位の特性を表わすマクロパラメータである。)

これは四端子回路網であるから, 次のような行列でこの特性が表わされることとなる。

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ \bar{q}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + R_H/R & R_H \\ 1/R + 1/R(1 + R_H/R) & 1 + R_H/R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_2 \\ \bar{q}_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(7)$$

以上のようにして得られた一区画を単位とするときの等価モデルは (1) 式が成立することを出発点として導いたものである。ここでは, 第一報で用いたと同様のモデルにおいて, 一区画全体を一単位として取扱った場合についての (3), (5), (6) 式あるいは (7) 式の適合性について, 電気モデルを用いて求めた Darcy 次元の解と比較検討する。

(5), (6) 式を無次元的に表わせば

$$\frac{\bar{q}_1 R_1}{S_1} = \frac{\cosh \alpha L - 1}{\alpha L \sinh \alpha L} - \frac{1}{\alpha L \sinh \alpha L} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{\bar{q}_2 R_1}{S_1} = \frac{\cosh \alpha L - 1}{\alpha L \sinh \alpha L} \left(\frac{S_2}{S_1} \right) - \frac{1}{\alpha L \sinh \alpha L} \quad \dots\dots\dots(9)$$

次に $k_2/k_1 = 1$ (均一の場合) と $k_2/k_1 = 20$ の場合について $\bar{q}_1 R_1/S_1 \left(\frac{\bar{q}_2 R_1}{S_1} \right)$ と S_2/S_1 との関係を保電モデルを用いて求めた Darcy 次元の解と, (7), (8) 式による計算値とで比較する。但し, 流動場の幾何学的形状は第一報で用いたものと同一のもの, すなわち $L/D = 5.5$, $D/d = 4$ である。

図-3(a) は $k_2/k_1 = 1$ の場合で, 両計算値は大きく離れているが, 図-3(b) に示す $k_2/k_1 = 20$ の場合はかなりよく一致していることがわかる。すなわち, この幾何モデルにおいて (1) 式がほぼ $k_2/k_1 > 10$ について適用できることは第一報で示した結果を実証しているものと考えられる。

以上のことから, $k_2/k_1 > 10$ の場合には, 一区画を単位とするモデルは図-2 に示す等価モデルで置換えられることがわかる。

図-3 (a)

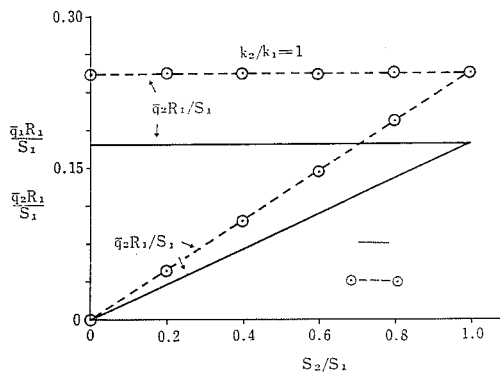
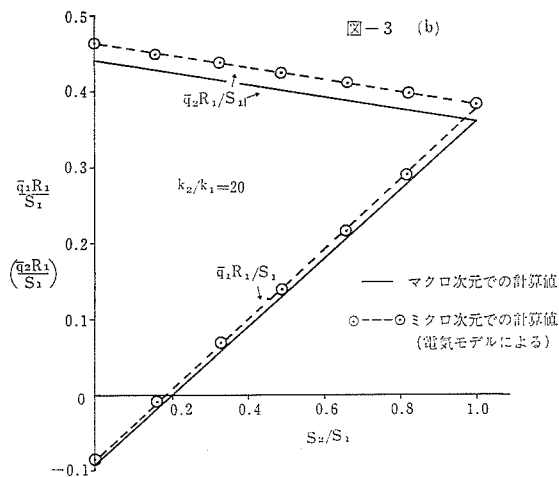


図-3 (b)



Ⅲ. 等価モデルの変換について

以上のべた水田一区画のモデルは、 \bar{q} , \bar{q}_1 , \bar{q}_2 と \bar{S}_1 , \bar{S}_2 の単位の外部に与えられる諸量に対する単位の等価モデルである。一方単位内部の状態を表わすものとして先に \bar{S} なる量を考えた。そこでこの \bar{S} をも表わせるようにこの等価モデルをさらに図-4 に示すようなモデルに変換する。

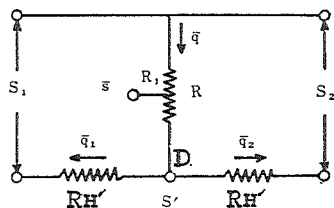
図-4 に示す四端子回路網の特性は (10) 式で示される。

$$\begin{pmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{q}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + R_H'/R & R_H'(1 + R_H'/R') + R_H' \\ 1/R & 1 + R_H'/R' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{S}_2 \\ \bar{q}_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

図-2 に示す回路と図-4 に示す回路が全く等価であるためには次の関係が成立すればよい。

$$\begin{pmatrix} 1 + R_H/R & R_H \\ 1/R + 1/R(1 + R_H/R) & 1 + R_H/R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + R_H'/R & R_H'(1 + R_H'/R') + R_H' \\ 1/R' & 1 + R_H'/R' \end{pmatrix}$$

図-4 等価モデルの変換図



i. e.

$$\begin{cases} 1/R + 1/R(1 + R_H/R) = 1/R' \dots\dots\dots(11) \\ R_H = R_H'(1 + R_H'/R') + R_H' \dots\dots\dots(12) \\ R_H/R = R_H'/R' \dots\dots\dots(13) \end{cases}$$

(11), (12) 式から R_H を消去して, 整理すれば

$$(R_H'/R + 1) \{ (R_H'/R' + 2)1/R - 1/R' \} = 0$$

$R_H'/R + 1 \neq 0$ であるから

$$R = R'(R_H'/R' + 2) \dots\dots\dots(14)$$

$$R_H = R_H'(R_H'/R' + 2) \dots\dots\dots(15)$$

(14), (15) 式から (13) 式は満足されることがわかるから, この両回路は各常数を (14), (15) 式を満足するように決めれば全く等価なものとなる.

次に, 図-4 に示すD点のポテンシャル値 S' は次のようになる

$$\begin{aligned} S' &= \frac{1}{R_H'/R' + 2} (S_1 + S_2) \\ &= \frac{R'}{R} (S_1 + S_2) \\ &= R' \cdot \frac{1}{R_1} \cdot \frac{\cosh \alpha L - 1}{\alpha L \sin \alpha L} (S_1 + S_2) \\ &= \frac{R'}{R_1} \bar{S} \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

(16) 式から S' は平均ポテンシャル \bar{S} と関係づけられることがわかる.

IV. 測定可能量について

水田の透水性は構造的に大きく依存するので構造性をも含めたマクロ単位とし, その単位特性を表わすパラメータは構造性をも含めた R_1, R_2 なるマクロパラメータで押えるべきであることは第一報で述べた.

従って, このパラメータは現地状態で決定せねば意味をもたないものである.

一方, 我々が現地状態で実測できるものは水田一区画内の浸透状況を表わすものとしては地下水位測定用パイプ内水位のみであり³⁾, また一区画を単位とするものとしては, 平均浸透強度 \bar{q} および排水路水位 S_1, S_2 のみであり, これらは水田一区画内でのミクロ量を積分した形のものとして得られる.

いま, 排水路の中央部 $x=L/2$ でのポテンシャル $S_{\frac{1}{2}}$ を考えると

$$\begin{aligned} S_{\frac{1}{2}} &= \frac{\sinh \frac{\alpha L}{2}}{\sinh \alpha L} (S_1 + S_2) \\ &= \frac{1}{2 \cosh \frac{\alpha L}{2}} (S_1 + S_2) \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

(17) 式は 三つの水理学的な測定可能量 $S_{\frac{1}{2}}, S_1, S_2$ から $\cosh(\alpha L/2)$ を計算することができることを示すものである. そして, L は既知であるから土壌条件を表わすパラメータ α が決定できる.

次に中央部のポテンシャル $S_{\frac{1}{2}}$ と平均ポテンシャル \bar{S} との関係は次の通りとなる.

$$S_{\frac{1}{2}} = \frac{\alpha L \sinh \frac{\alpha L}{2}}{\cosh \alpha L - 1} \bar{S} = \frac{\alpha L}{2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{\alpha L}{2}} \bar{S}$$

そして, $\bar{q} = \bar{S}/R_1$ であるから

$$\bar{q} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{2 \sinh \frac{\alpha L}{2}}{\alpha L} S_{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (18)$$

となり, 二つの測定可能量 \bar{q} , $S_{\frac{1}{2}}$ と先に求められた α から R_1 が決定できることがわかる.

また, $L \gg x$ で, $S_1 = S_2$ のとき

$$S = S_1 e^{-\alpha x} \dots\dots\dots$$

$$\therefore \ln(S/S_1) = -\alpha x \dots\dots\dots (19)$$

この関係から, $S \sim x$ が実測できれば, 排水路水位には無関係に α が決められることがわかる. ここで注意を要するのは (17), (18) 式における α はマクロ視野における α であり, 直接もとめられるものは $\alpha \cdot L$ であり, $\alpha = \text{Const.}$ と仮定してはじめて $\alpha \cdot L$ から α が分離できる. したがって, α は一区画内で平均化された値, すなわち, マクロ的視野に立った α で, $\bar{\alpha}$ と考えるべきものである. 一方, (19) 式からもとまる α はミクロ的視野から直接決められるものである点に大きな違いがある.

以上で, α , R_1 は測定可能量から決定できることを示したが, 先にも述べた通り, 土壌の構造的な時間的にも変化するものであり, その時間的変化を評価する一つの尺度として使える可能性をもつものである.

V. ま と め

本論文の結果の概要をまとめると次のようになる.

1) 広域の水田の浸透を取扱う際, その単位となるものは, 排水路で囲まれた一区画である. そしてその一区画を単位とする時, 問題となる物理量は \bar{q} , \bar{q}_1 , \bar{q}_2 , S_1 , S_2 である. それらの関係式を誘導した.

2) 排水路に直交する断面について二次元的に考えると, その断面内の浸透水の運動を表わすみかけのモデルは図-2で示され, それはさらに図-4に示される等価モデルに変換される. そして, そのモデルの特性を表わすパラメータは R , R_H , あるいは R' , R_H' である.

3) このモデルはマクロ土壌モデルについて成立する (1) 式を出発点として誘導したものである. そこで, $L/D=5$, $D/d=4$ の二層幾何モデルにおいて, $k_2/k_1=1$ と, $k_2/k_1=20$ の場合について Darcy 流次元の解と, このモデルとの比較を行なった結果, $k_2/k_1=1$ の場合は両者があまりよく一致しないが, $k_2/k_1=20$ の場合はかなりよく一致したので, マクロモデルの適用範囲 $k_2/k_1 > 10$ の妥当性を実証できたものとする.

4) 実際に我々が測定しうるものは \bar{q} , \bar{S} , S_1 , S_2 であり, 方程式中に含まれるパラメータはこれらの諸量から逆算されねばならない.

文 献

- 1) 長堀金造, 三野徹: 水田の浸透モデルについて, 岡大農学報, 40, 97~106 (1972)
- 2) 富士岡義一, 三野徹: 減水深調査データの解析について, 農業土木学会大会講演要旨, 105~106 (1969)
- 3) 長堀金造, 三野徹: 地下水位測定用パイプ内水位について, 農業土木学会誌, Vol. 35, No. 1, 34~35 (1967).